

БАНК ЗАДАЧ ИЭВТ
для подготовки к вступительным испытаниям в магистратуру
по направлению 09.04.03 Прикладная информатика

Задания № 1 по теме
«ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА»

Пример 1.

Определить количество молекул, содержащихся в газе объемом 1 мм³ при давлении 0,1 МПа и температуре 20°C.

Решение.

Абсолютная температура газа равна:

$$T = 273,15 \text{ К} + t, ^\circ\text{C} = 273,15 \text{ К} + 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ К}.$$

Число молекул газа:

$$N = \frac{pV N_A}{T \mu R} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3}{293,15 \text{ К}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 2,471 \cdot 10^{16}.$$

Ответ: $2,471 \cdot 10^{16}$ молекул.

Пример 2.

Воздух, массой 12 кг, при абсолютном давлении 6 бар и температуре 300 К расширяется в изотермическом процессе, при этом его объем увеличивается в 4 раза. Определить начальные и конечные параметры воздуха, количество подведенной теплоты и работу изменения объема.

Решение.

Начальный объём:

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{12 \text{ кг} \cdot 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}}{6 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 1,722 \text{ м}^3.$$

Конечный объём:

$$V_2 = 4V_1 = 4 \cdot 1,722 \text{ м}^3 = 6,888 \text{ м}^3.$$

Конечное давление:

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \frac{1,722 \text{ м}^3}{6,888 \text{ м}^3} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па} = 150 \text{ кПа}$$

Работа расширения и количество подведённой теплоты:

$$L = Q = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 1,722 \text{ м}^3 \cdot \ln \frac{6,888 \text{ м}^3}{1,722 \text{ м}^3} = 1432 \text{ кДж}.$$

Ответ: $V_1 = 1,722 \text{ м}^3$; $V_2 = 6,888 \text{ м}^3$; $p_2 = 150 \text{ кПа}$; $L = Q = 1432 \text{ кДж}$.

Задания № 2 по теме «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ»

Пример.

На сколько изменится максимальный термический КПД, который можно получить в термодинамическом цикле, если температура холодного источника увеличится с $t_{21} = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $t_{22} = 58\text{ }^{\circ}\text{C}$, температура горячего источника уменьшится с $t_{11} = 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $t_{12} = 500\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Решение.

Максимальный термодинамический КПД цикла определяется по формуле Карно:

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}},$$

где $T_{\max}$ и $T_{\min}$ - абсолютные температуры горячего и холодного источника теплоты соответственно.

Вычисляем первоначальное значение КПД:

$$\eta_1 = 1 - (273 + t_{21}) / (273 + t_{11}) = 1 - (273 + 30) / (273 + 1000) = 0,762$$

Вычисляем новое значение КПД:

$$\eta_2 = 1 - (273 + t_{22}) / (273 + t_{12}) = 1 - (273 + 60) / (273 + 500) = 0,572$$

Разница между первоначальным и новым значениями КПД составляет:

$$\eta_1 - \eta_2 = 0,762 - 0,572 = 0,19$$

Ответ: Значение КПД уменьшится на 0,19.

Задание № 3 по теме «ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ В ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКЕ И ТЕПЛОТЕХНОЛОГИЯХ»

Пример 1.

Предприятие потребляет 8 тыс. тонн нефтяного эквивалента в год. ТЭЦ предприятия, работающая на мазуте ($Q_{\text{н}}^{\text{p}} = 9\,400\text{ ккал/кг}$), вырабатывает 45 тыс. Гкал тепловой энергии и 10 млн кВт·ч электрической энергии в год. Определите годовой расход условного топлива, используемого на технологию.

Решение.

Подобные задачи решаются путём составления энергетического баланса предприятия. Из условия известно, что на предприятии есть собственная ТЭЦ, потребляющая топливо, а также есть технология, которая также требует затрат топлива. Общее потребление топлива технологической линией и ТЭЦ задано. Получаем баланс следующего вида:

$$B_{\Sigma} = B_{\text{ТЭЦ}} + B_{\text{тех}},$$

причем затраты топлива на ТЭЦ можно представить в следующем виде:

$$B_{\text{ТЭЦ}} = B_{\text{Т}} + B_{\text{Э}},$$

где $B_{\text{Т}}$ – это затраты топлива на выработку теплоты, а $B_{\text{Э}}$ – на выработку электроэнергии. Зная удельные затраты топлива на выработку тепла b_q и электроэнергии $b_{\text{Э}}$, можно посчитать общие затраты топлива на ТЭЦ как

$$B_{\text{ТЭЦ}} = b_q \cdot Q + b_{\text{Э}} \cdot \mathcal{E}.$$

Так как в задаче удельные затраты топлива $b_{\text{Э}}$ и b_q не заданы для данной ТЭЦ, можно воспользоваться средними по стране показателями:

$$b_{\text{Э}} = 0,3445 \frac{\text{кг у.т.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}}, \quad b_q = 0,1486 \frac{\text{т у.т.}}{\text{Гкал}}.$$

Отсюда получим, что на ТЭЦ используется

$$B_{\text{ТЭЦ}} = 0,1486 \frac{\text{т у.т.}}{\text{Гкал}} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{т}} \cdot \underbrace{45 \cdot 10^3}_{\text{Гкал}} + 0,3445 \frac{\text{кг у.т.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot \underbrace{10 \cdot 10^6}_{\text{кВт} \cdot \text{ч}} = 10\,132\,000 \text{ кг у.т.} = 10\,132 \text{ т у.т.}$$

Суммарное потребление предприятием топлива переведем в условное топливо:

$$B_{\Sigma \text{н.э.}} \cdot Q_{\text{н.э.}}^p = B_{\Sigma \text{у.т.}} \cdot Q_{\text{н.у.т.}}^p.$$

Нефтяной эквивалент – это топливо с низшей теплотворной способностью

$$Q_{\text{н.э.}}^p = 10\,000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг н.э.}}. \quad \text{Теплотворная способность условного топлива}$$

$$\text{составляет } Q_{\text{н.у.т.}}^p = 7\,000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг у.т.}}. \quad \text{Отсюда}$$

$$B_{\Sigma \text{у.т.}} = \frac{B_{\Sigma \text{н.э.}} \cdot Q_{\text{н.э.}}^p}{Q_{\text{н.у.т.}}^p} = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 10\,000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг н.э.}}}{7\,000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг у.т.}}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{т}}{\text{кг}} = 11\,429 \text{ т у.т.}$$

Следовательно, затраты топлива на технологию составят:

$$B_{\text{тех}} = B_{\Sigma} - B_{\text{ТЭЦ}} = 11\,429 - 10\,132 = 1\,297 \text{ т у.т.}$$

Ответ: годовые затраты условного топлива на технологию составят 1 297 т у.т.

Примечание: В данной задаче была задана теплотворная способность мазута, однако в решении она нам не понадобилась, так как ответ по заданию надо было выразить в условном топливе, а исходные данные заданы в нефтяном эквиваленте.

Пример 2.

Определите годовую экономию условного топлива котельной от проведения энергосберегающих мероприятий. Котельная работает при следующих

условиях: нагрузка котла 20 т/ч, энтальпия пара – 2900 кДж/кг, годовое число часов работы котельной – 4000 ч. В результате проведения энергосберегающих мероприятий удельные тепловые потери с уходящими газами уменьшились с 10% до 8,5%, причем тепловые потери от химической неполноты сгорания составляют 3%, а тепловые потери в окружающую среду – 2%. Температура питательной воды составляет 68 °С.

Решение.

Определим КПД котлоагрегата по обратному балансу:

$$\eta = 100 - \Sigma q = 100 - (q_2 + q_4 + q_5) .$$

Здесь потери с механическим недожогом приняты равными 0, так как по условию про них ничего не сказано.

Изначальный КПД котлоагрегата $\eta = 100 - (10 + 3 + 2) = 85\%$.

После проведения энергосберегающих мероприятий КПД котлоагрегата составит: $\eta' = 100 - (8,5 + 3 + 2) = 86,5\%$

КПД котлоагрегата по прямому балансу можно представить в следующем виде: $\eta = \frac{Q_{\text{полезное}}}{Q_{\text{затраченное}}} = \frac{D(h_{\text{пара}} - h_{\text{пв}})}{B \cdot Q_{\text{н}}^p}$, где B – это расход топлива,

$h_{\text{пв}} = t_{\text{пв}} \cdot c_p$ – энтальпия питательной воды, кДж/кг, $c_p = 4,2$ кДж/(кг · К) – удельная изобарная теплоёмкость питательной воды. Если выразить из этой формулы расход топлива до и после проведения энергосберегающих мероприятий, и посчитать их разницу, можно определить величину экономии как:

$$\begin{aligned} \Delta B = B - B' &= \frac{D(h_{\text{пара}} - h_{\text{пв}})}{Q_{\text{н}}^p} \cdot \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta'} \right) \cdot n = \\ &= \frac{20 \frac{\text{т}}{\text{час}} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{т}} \cdot (2900 - 68 \cdot 4,2) \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}}{29330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг у.т.}}} \cdot \left(\frac{1}{0,85} - \frac{1}{0,865} \right) \cdot 4000 \frac{\text{час}}{\text{год}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{т}}{\text{кг}} = \\ &= 145,5 \text{ т у.т./год} \end{aligned}$$

Ответ: годовая экономия условного топлива котельной составит 145,5 т у.т.

Пример 3.

Оцените сокращение выбросов диоксида углерода, если в результате проведения энергосберегающих мероприятий в системе отопления предприятия, находящегося в г. Воронеже (отопительный период $n = 190$ сут.), удалось снизить потребление тепловой энергии на $\Delta Q = 0,21$ Гкал/ч. Предприятие получает тепловую энергию по тепловой сети от котельной, использующей в качестве топлива природный газ с низшей теплотой сгорания $Q_{\text{н}}^p = 35$ МДж/м³. Коэффициент полезного действия котельной $\eta_{\text{кот}}$

= 0,9. КПД передачи теплоты по тепловой сети $\eta_{тр.} = 0,9$. Удельные выбросы диоксида углерода составляют 2000 г/нм³.

Решение.

Выбросы вредных веществ в окружающую среду сократятся при сокращении количества сжигаемого топлива в топке котлоагрегата. Поэтому в этой задаче необходимо определить экономию топлива от внедрения энергосберегающих мероприятий.

С учётом потерь тепловой энергии при транспортировке, расход топлива в системе теплоснабжения предприятия можно рассчитать как

$$B = \frac{Q}{\eta_{кот} \eta_{мс} Q_n^p}$$

Тогда часовая экономия топлива составит:

$$\Delta B = \frac{\Delta Q}{\eta_{кот} \eta_{мс} Q_n^p} = \frac{\overbrace{0,21 \frac{\text{Гкал}}{\text{час}} \cdot 4,19 \frac{\text{ГДж}}{\text{Гкал}} \cdot 10^3 \frac{\text{МДж}}{\text{ГДж}}}^{\text{ГДж/час}}}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 35 \frac{\text{МДж}}{\text{нм}^3}} = 31 \frac{\text{нм}^3}{\text{час}}.$$

Сокращение выбросов диоксида углерода при этом

$$\begin{aligned} \Delta M_{CO_2} &= \Delta B \cdot m_{CO_2} = 31 \frac{\text{нм}^3}{\text{час}} \cdot 2000 \frac{\text{г } CO_2}{\text{нм}^3} = \\ &= 62000 \frac{\text{г } CO_2}{\text{час}} \cdot 190 \frac{\text{сут}}{\text{год}} \cdot 24 \frac{\text{час}}{\text{сут}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{т}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{т}}{\text{кг}} = 283 \frac{\text{т } CO_2}{\text{год}} \end{aligned}$$

Ответ: сокращение выбросов диоксида углерода составят 283 т CO₂ в год.

Пример 4.

Определите годовую экономию тепловой энергии при нанесении изоляции на трубопровод длиной 50 м. Коэффициент теплоотдачи пара внутри трубы – 5000 Вт/(м²·К), коэффициент теплоотдачи воздуха снаружи – 10 Вт/(м²·К), толщина стенки – 5 мм, коэффициент теплопроводности стенки трубы – 10 Вт/(м·К), внутренний диаметр трубопровода 400 мм. Температура теплоносителя внутри – 200 °С, снаружи – 10 °С. Толщина тепловой изоляции – 100 мм, коэффициент теплопроводности изоляции – 0,09 Вт/(м·К). Считать, что трубопровод работает непрерывно в течение года.

Решение.

Задача решается с помощью записи уравнения теплопередачи для цилиндрической стенки:

$$Q = k_l \cdot L \cdot (t_1 - t_2) .$$

Посчитаем коэффициент теплопередачи для трубопровода без тепловой изоляции

$$k_l = \pi \left[\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right]^{-1} =$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5000 \cdot 0,4} + \frac{1}{2 \cdot 10} \cdot \ln \frac{\overbrace{0,4 + 2 \cdot 0,005}^{d_2 = 0,41 \text{ м}}}{0,4} + \frac{1}{10 \cdot 0,41} \right]^{-1} = 12,8 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Здесь $d_2 = d_1 + 2 \cdot \delta = 0,4 + 2 \cdot 0,005 = 0,41 \text{ м}$ – это наружный диаметр трубопровода. Наружный диаметр теплоизолированного трубопровода составит $d_3 = d_2 + 2 \cdot \delta_{из} = 0,41 + 2 \cdot 0,1 = 0,61 \text{ м}$.

Тепловой поток через стенку трубы без тепловой изоляции составит:

$$Q = k_l \cdot L \cdot (t_1 - t_2) = 12,8 \cdot 50 \cdot (200 - 10) \cdot 10^{-3} = 121,6 \text{ кВт}.$$

Найдём коэффициент теплопередачи теплоизолированного трубопровода:

$$k_{l \text{ из}} = \pi \left[\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} \right]^{-1} =$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5000 \cdot 0,4} + \frac{1}{2 \cdot 10} \cdot \ln \frac{0,41}{0,4} + \frac{1}{2 \cdot 0,09} \cdot \ln \frac{0,61}{0,41} + \frac{1}{10 \cdot 0,61} \right]^{-1} = 1,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Тепловой поток через стенку трубы без тепловой изоляции составит:

$$Q_{из} = k_{l \text{ из}} \cdot L \cdot (t_1 - t_2) = 1,3 \cdot 50 \cdot (200 - 10) \cdot 10^{-3} = 12,4 \text{ кВт}.$$

Экономия тепловой энергии тогда составит:

$$\Delta Q = Q - Q_{из} = 121,6 - 12,4 = 109,2 \text{ кВт} \cdot 3600 \frac{\text{с}}{\text{час}} \cdot 24 \frac{\text{час}}{\text{сут}} \cdot 365 \frac{\text{сут}}{\text{год}} \cdot 10^{-6} \frac{\text{кДж}}{\text{ГДж}} =$$

$$= 3444 \frac{\text{ГДж}}{\text{год}} \cdot \frac{1}{4,19} \frac{\text{Гкал}}{\text{ГДж}} = 822 \frac{\text{Гкал}}{\text{год}}$$

Ответ: экономия тепловой энергии при нанесении изоляции на трубопровод составит 3444 ГДж или 822 Гкал за год.

Пример 5.

Определить удельный расход условного топлива на выработку 1 Гкал тепловой энергии, если известно, что КПД котельной установки 90%.

Решение.

Формула КПД котлоагрегата брутто в самом общем случае выглядит так:

$$\eta = \frac{Q_{\text{пол}}}{Q_{\text{затр}}} = \frac{Q_{\text{пол}}}{B \cdot Q_n^p}.$$

Удельный расход топлива на производство тепловой энергии это $b = \frac{B}{Q_{\text{пол}}}$.

Следовательно $\eta = \frac{1}{b \cdot Q_n^p}$, откуда

$$b = \frac{1}{\eta \cdot Q_n^p} = \frac{1}{0,9 \cdot 7000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг у.т.}}} = 1,587 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг у.т.}}{\text{ккал}} \cdot 10^6 \frac{\text{ккал}}{\text{Гкал}} = 158,7 \frac{\text{кг у.т.}}{\text{Гкал}}$$

Ответ: удельный расход условного топлива на выработку 1 Гкал тепловой энергии составляет 158,7 кг у.т./Гкал.

Задачу можно было решить в 2 действия. Найдём сначала общий, не удельный, расход топлива на выработку 1 Гкал теплоты:

$$B = \frac{Q_{\text{пол}}}{\eta \cdot Q_n^p} = \frac{1 \text{ Гкал} \cdot 10^6 \frac{\text{ккал}}{\text{Гкал}}}{0,9 \cdot 7000 \frac{\text{ккал}}{\text{кг у.т.}}} = 158,7 \text{ кг у.т.}$$

А теперь вычислим удельный показатель:

$$b = \frac{B}{Q_{\text{пол}}} = \frac{158,7 \text{ кг у.т.}}{1 \text{ Гкал}} = 158,7 \frac{\text{кг у.т.}}{\text{Гкал}}.$$

Такой расчёт может быть удобнее, когда известна полезное количество энергии, которое не равно 1 Гкал или 1 кВт·ч энергии.

Задание № 4 по теме «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

Пример.

Разработать блок-схему алгоритма нахождения минимального значения одномерного массива A , состоящего из пяти элементов [5, 8, 3, 6, 1].

Решение.

Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 4.1.

В блоке 2 переменной, в которой хранится минимальное значение, присваивается значение первого элемента массива A , задается значение счетчика цикла i , а также общее число элементов массива N .

В блоке 3 реализован цикл for, обеспечивающий выполнение тела цикла от 2 до N .

В блоке 4 осуществляется проверка, если значение переменной min больше значения элемента массива $A[i]$, то переменной min присваивается значение $A[i]$ (блок 5), в противном случае счетчик цикла i увеличивается на единицу (блок 6).

Блок 7 предназначен для вывода на печать ответа решения задачи.

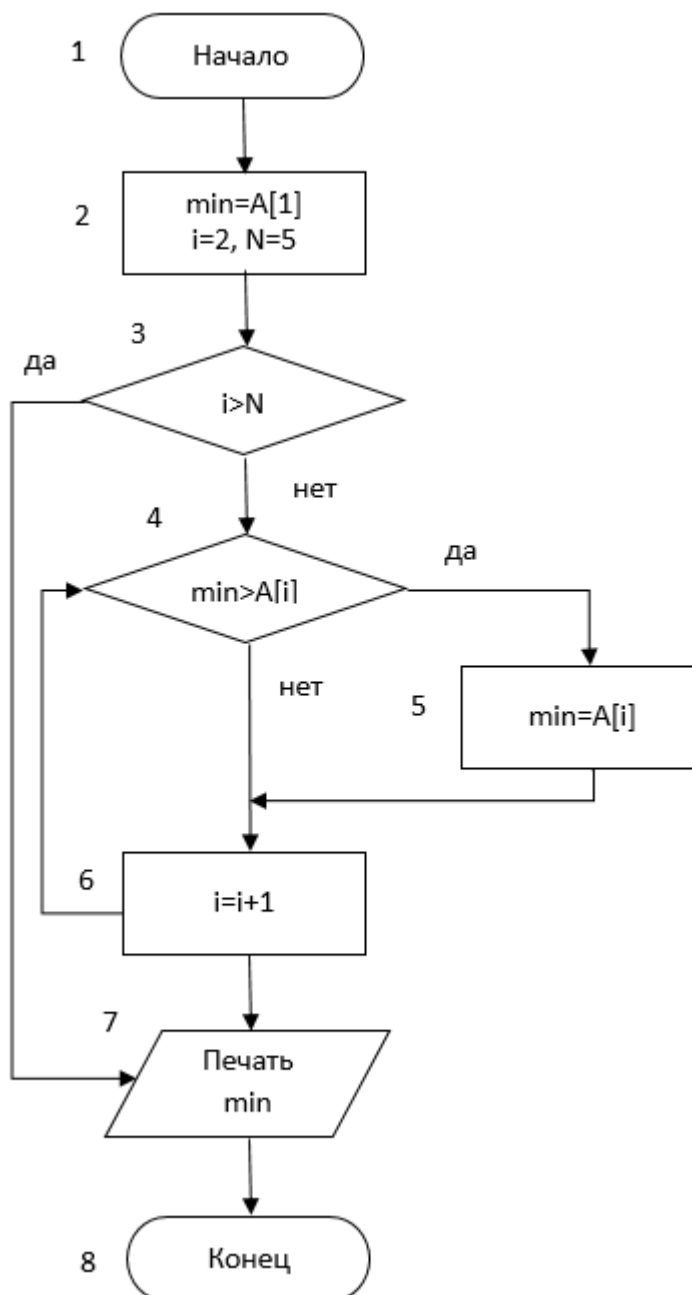


Рисунок 4.1 – Блок-схема алгоритма решения задачи

Ответ: Блок-схема на рисунке 4.1 и пояснения к блок-схеме.

Задания № 5-6 по теме «ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

Пример 1.

Построить контекстную диаграмму в нотации IDEF0 процесса написания научной статьи.

Необходимо указать: не менее двух входов, двух управлений, а также двух механизмов.

Решение.

Диаграмма представлена на рисунке 5.1.

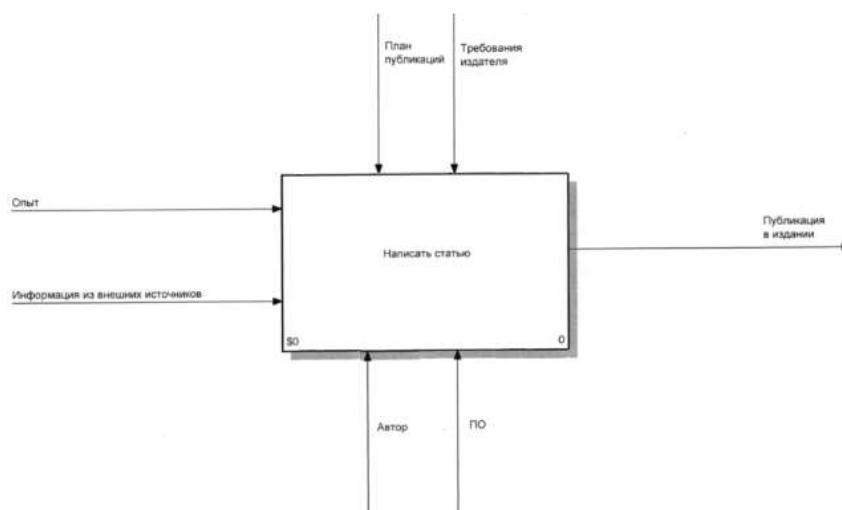
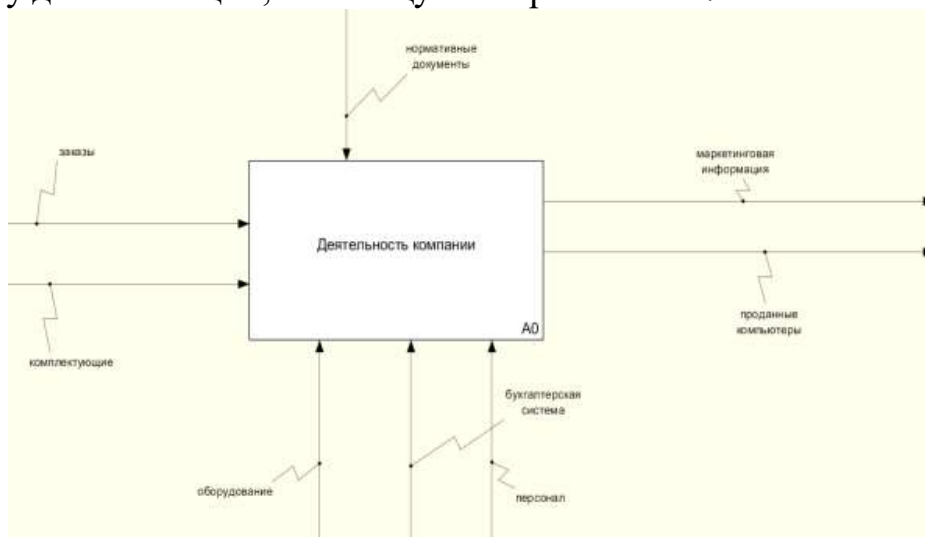


Рисунок 5.1 – Контекстная диаграмма в нотации IDEF0

Ответ: Контекстная диаграмма, представленная на рисунке 5.1.

Пример 2.

Декомпозировать диаграмму, представленную на рисунке и привести диаграмму декомпозиции, состоящую из трех блоков.



Решение.

Диаграмма представлена на рисунке 6.1.

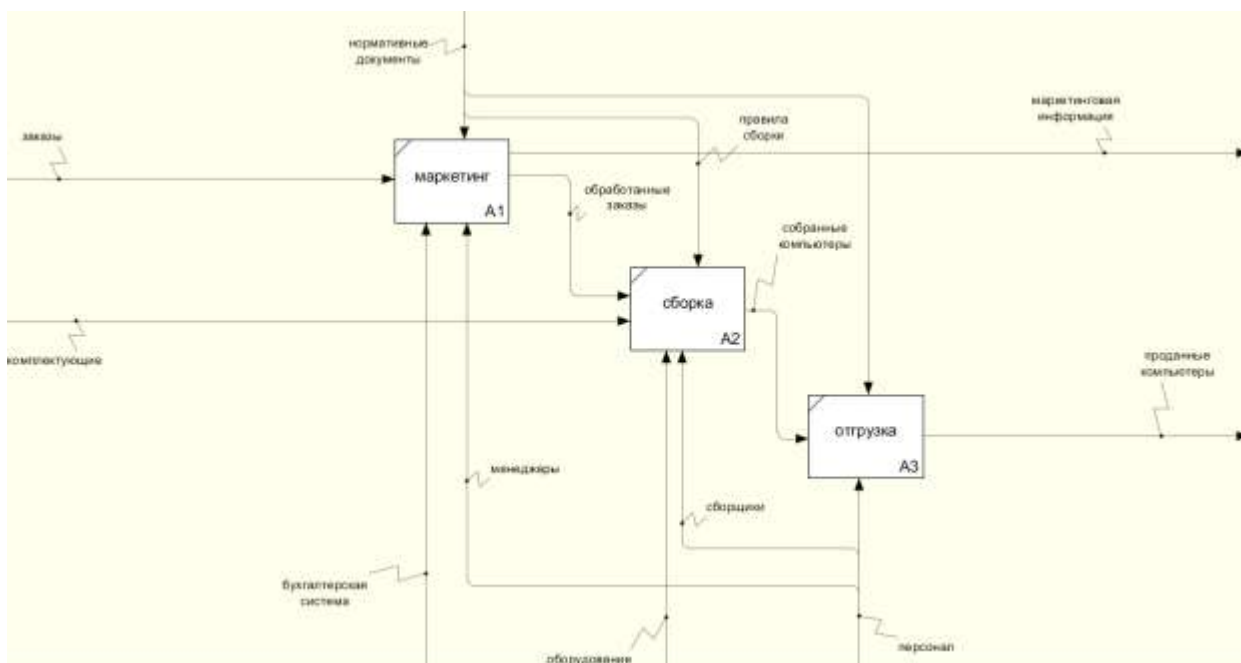


Рисунок 6.1 – Декомпозиция диаграммы в нотации IDEF0

Ответ: Диаграмма декомпозиции, представленная на рисунке 6.1.

Задания № 7-8 по теме «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

Пример 1.

Произведено $n=20$ испытаний случайной величины X :

I	x_i	i	x_i
1	10,5	11	10,6
2	10,8	12	11,3
3	11,2	13	10,5
4	10,9	14	10,7
5	10,4	15	10,5
6	10,6	16	10,9
7	11,0	17	10,8
8	10,3	18	10,7
9	10,8	19	10,9
10	10,9	20	11,0

Найти оценку математического ожидания величины X и построить доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности $\gamma=0,8$.

Решение.

Найдём оценку математического ожидания:

$$\bar{X} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i = 10,78$$

Найдём несмещённую оценку дисперсии S:

$$S^2 = \frac{1}{20-1} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{X})^2 = 0,068$$

Вычислим среднее квадратическое отклонение оценки $\bar{X}$:

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,068}{20}} = 0,058$$

По таблице находим значения $t_{\gamma, n-1} = t_{0,8,9} = 1,383$

$$t_{\gamma, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} = 1,383 \cdot 0,058 = 0,08$$

Тогда получаем доверительный интервал для математического ожидания:
 $(10,78 - 0,08, 10,78 + 0,08) = (10,7, 10,86)$

Ответ: (10,7, 10,86)

Пример 2.

Для изготовления двух видов продукции П1 и П2 используются три вида сырья: с1 с2 и с3. Запасы сырья на складе в количестве единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1

Вид сырья	Запас сырья	Количество единиц сырья на изготовление единицы продукции	
		П1	П2
с1	20	2	5
с2	40	8	5
с3	30	5	6

Прибыль от реализации единицы продукции П1 составляет 50 руб., а продукции П2 — 40 руб.

Необходимо получить целевую функцию и ограничения, которая обеспечивает составление такого плана выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальную прибыль.

Решение.

Обозначим через x_1 количество единиц продукции П1, а через x_2 — количество единиц продукции П2. Тогда, учитывая количество единиц сырья, расходуемое на изготовление единицы продукции, а также запасы сырья, получим систему ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases}$$

которая показывает, что количество сырья, расходуемое на изготовление продукции, не может превысить имеющихся запасов.

Конечную цель решаемой задачи — получение максимальной прибыли от реализации продукции — выразим как функцию двух переменных x_1 и x_2 . Реализация x_1 единиц продукции П2 дает прибыль $50x_1$, реализация x_2 единиц продукции П2 дает $40x_2$ рублей прибыли. Суммарная прибыль будет:

$$L = 50x_1 + 40x_2$$

Необходимо найти такие неотрицательные значения x_1 и x_2 , при которых функция L достигает максимума. Условиями не оговорена неделимость единицы проекции, поэтому x_1 и x_2 могут быть и дробными числами.

Ответ: $L = 50x_1 + 40x_2$, при наложенных ограничениях $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40. \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases}$

Задания № 9-10 по теме «АНАЛИЗ ДАННЫХ»

Пример 1.

С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты X и числа уволившихся за год рабочих Y :

X	100	150	200	250	300
Y	60	35	20	20	15

Найти выборочный коэффициент корреляции.

Решение.

Сначала найдем характеристики случайных величин X и Y (выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение).

Сумма

x_i	100	150	200	250	300	1000
$(x_i - \bar{x})^2$	10000	2500	0	2500	10000	25000

Выборочная средняя $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{5} 1000 = 200$

Выборочная дисперсия $\overline{D_x} = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} 25000 = 5000$

Выборочное квадратическое отклонение $\sigma_x = \sqrt{\overline{D_x}} = 70.71$

						Сумма
y_i	60	35	20	20	15	150
$(y_i - \bar{y})^2$	900	25	100	100	225	1350

Выборочная средняя $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{5} 150 = 30$

Выборочная дисперсия $\overline{D_y} = \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{5} 1350 = 270$

Выборочное квадратическое отклонение $\sigma_y = \sqrt{\overline{D_y}} = 16.43$

$$\sum x_i y_i = 24750$$

Составим таблицу:

x_i	100	150	200	250	300	Сумма
y_i	60	35	20	20	15	
$x_i y_i$	6000	5250	4000	5000	4500	24750

Вычислим коэффициент корреляции:

$$r_a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{24750 - 5 \cdot 200 \cdot 30}{5 \cdot 70.71 \cdot 16.43} = -0.904$$

Ответ: $r_a = -0.904$

Пример 2.

Для предыдущего задания найти линейную регрессию Y на X.

Решение.

Уравнение регрессии Y на X имеет вид

$$\overline{y_x} - \bar{y} = r_a \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

Тогда

$$\overline{y_x} - 30 = -0.904 \frac{16.43}{70.71} (x - 200)$$

Или

$$\overline{y_x} = -0.21x + 72.015$$

Ответ: $\overline{y_x} = -0,21x + 72,015$