

БАНК ЗАДАЧ
для вступительных испытаний в магистратуру
(базовая часть и основная часть)

Задания билета	1,2,3,4,5	6,7,8,9,10
Разделы	1,2,3	4
Количество баллов	5 б. – 10 б.	10 б. – 15 б.

Содержание

Раздел 1. Производная, частная производная, дифференциал.

Раздел 2. Исследование функции.

Раздел 3. Неоднородная система линейных алгебраических уравнений.

Раздел 4. Основная часть.

Раздел 1. Производная, частная производная, дифференциал.

Таблица производных

1. $c' = 0, c = \text{const}$	12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$	13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
3. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	14. $(\text{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
4. $(e^x)' = e^x$	15. $(\text{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	16. $(\text{sh } x)' = \text{ch } x$
6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	17. $(\text{ch } x)' = \text{sh } x$
7. $(\sin x)' = \cos x$	18. $(\text{th } x)' = \frac{1}{\text{ch}^2 x}$
8. $(\cos x)' = -\sin x$	19. $(\text{th } x)' = -\frac{1}{\text{sh}^2 x}$
9. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	
10. $(\text{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	
11. $(\text{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	

Найти $f'(x)$, если:

- | | |
|---|---|
| 1) $f(x) = 3^{\log_5(x+1)}$; | 2) $f(x) = \frac{1}{\arcsin \sqrt{x}}$; |
| 3) $f(x) = \sqrt[3]{2 - \text{tg}^3 x}$; | 4) $f(x) = \sin^2(x^3 + 5x)$; |
| 5) $f(x) = x^{\frac{1}{\ln^2 x}}$; | 6) $f(x) = \log_3(\sqrt{x} + \sqrt{1+x})$; |
| 7) $f(x) = \frac{3 \text{tg}^4 \sqrt{x} + 2}{4 \text{tg}^4 \sqrt{x} - 1}$; | 8) $f(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$; |
| 9) $f(x) = \frac{1}{(\text{arctg} \frac{1}{x})^2}$; | 10) $f(x) = \ln(e^{\sqrt{x}} + \sqrt{e^{2\sqrt{x}} + 1})$; |
| 11) $f(x) = \sin^3(\sqrt{x} + 2)$; | 12) $f(x) = \sqrt[3]{2 - \arcsin x^2}$; |
| 13) $f(x) = \frac{1}{\text{th}^3(\sqrt{x})}$; | 14) $f(x) = (\text{sh } x)^{\text{th} x}$; |
| 15) $f(x) = \frac{\sqrt[5]{2x+1}}{(x+2)^2}$; | 16) $f(x) = (x+1)^3 e^{\frac{x}{x+1}}$; |
| 17) $f(x) = \frac{1}{\log_5(\arcsin \sqrt{x})}$; | 18) $f(x) = \frac{xe^{\sqrt{x}} + 1}{2xe^{\sqrt{x}} + 3}$; |
| 19) $f(x) = \text{ch}^2(\text{sh} \sqrt{x})$; | 20) $f(x) = \text{sh}^3(xe^x + 1)$. |
| 21) $f(x) = \frac{2}{x-1} + \sin x^2$. | 22) $f(x) = (x+1) \cos^2 x$. |
| 23) $f(x) = (2x-1) \ln(x+1)$. | 24) $f(x) = 2\sqrt{x^2+1} - 3 \sin \frac{x}{3}$. |
| 25) $f(x) = (\sqrt[4]{x^4+1} + 5)(x^3-1)$. | 26) $f(x) = 2e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$. |
| 27) $f(x) = \sqrt[3]{\ln(x-1)}$. | |

$$\begin{array}{l}
3) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 9; \end{cases} \\
5) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 9; \end{cases} \\
7) \begin{cases} x_2 + x_3 - x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 5; \end{cases} \\
9) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5; \end{cases} \\
4) \begin{cases} -2x_1 + 7x_2 + 9x_3 - 11x_4 = -18, \\ -3x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 11x_4 = -16; \end{cases} \\
6) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -7, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -2; \end{cases} \\
8) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -6, \\ -2x_1 + 7x_2 + 9x_3 - 11x_4 = -18; \end{cases} \\
10) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_5 = 2, \\ x_1 + x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5. \end{cases}
\end{array}$$

Раздел 4. Основная часть.

1. Типы тепловых электростанций, простейшие тепловые схемы паротурбинных ТЭС.
2. Способы повышения эффективности ПТУ. Влияние начальных и конечных параметров на термический КПД. Промежуточный перегрев пара. Теплофикационный цикл.
3. Режимы работы теплофикационных турбин по тепловому графику (на тепловом потреблении). Общая характеристика. Процесс расширения в h-s диаграмме. Регулирование нагрузки. Тепловая экономичность. Основные ограничения
4. Схема теплового пункта в закрытой водяной системе централизованного теплоснабжения с узлом учёта теплоты и присоединением систем отопления и горячего водоснабжения.
5. Нормативная методика рассеивания вредных веществ в атмосфере. Определение высоты дымовых труб и предельно допустимого выброса
6. Регенеративный подогрев конденсата и питательной воды на КЭС и его влияние на тепловую экономичность. Методы оптимального распределения подогрева воды по ступеням подогрева.
7. Экономичность работы паровых котлов. Коэффициент полезного действия по прямому и обратному балансам. Анализ тепловых потерь
8. Основные показатели паровых турбин. Номинальная и максимальная мощность, тепловая нагрузка, частота вращения, начальные и конечные параметры, температура питательной воды. Показатели надёжности, маневренности и массогабаритные.
9. Методы определения расчётных и текущих, часовых и годовых расходов теплоты на отопление, вентиляцию и горячее водоснабжение
10. Основные характеристики шума. Основные источники шума на ТЭС. Пути снижения уровня шума от энергетического оборудования
11. Начальные и конечные параметры пара на КЭС, их влияние на показатели тепловой экономичности. Цикл Ренкина.
12. Постоянная и периодическая продувки. Двухступенчатые схемы испарения

13. Графики нагрузки станций (суточные и недельные графики нагрузки, графики рабочего и выходного дня). Основные факторы, определяющие характер графика нагрузки
14. Системы теплоснабжения: централизованные, децентрализованные, индивидуальные. Их элементы. Теплофикация. Достоинства, недостатки, область применения
15. Сточные воды ТЭС и пути их снижения
16. Газотурбинные ТЭС. Термодинамический цикл Брайтона. Простейшая тепловая схема энергетической ГТУ открытого цикла
17. Паровые котлы до- и сверхкритического давления. Устройство, принцип работы, различия
18. Предельная мощность однопоточной конденсационной турбины. От каких показателей она зависит?
19. Одноступенчатый и двухступенчатый подогрев сетевой воды отборным паром от турбины. Принципиальная схема и процесс расширения пара в $h-s$ диаграмме. Ограничения и пределы регулирования. Тепловая эффективность. Преимущества и недостатки
20. Выбросы вредных веществ в атмосферу при сжигании различных видов топлива на ТЭС. Пути снижения вредных выбросов ТЭС
21. Типы тепловых электростанций, простейшие тепловые схемы паротурбинных ТЭС.
22. Способы повышения эффективности ПТУ. Влияние начальных и конечных параметров на термический КПД. Промежуточный перегрев пара. Теплофикационный цикл
23. Режимы работы теплофикационных турбин по тепловому графику (на тепловом потреблении). Общая характеристика. Процесс расширения в $h-s$ диаграмме. Регулирование нагрузки. Тепловая экономичность. Основные ограничения
24. Нормативная методика рассеивания вредных веществ в атмосфере. Определение высоты дымовых труб и предельно допустимого выброса
25. Деаэрация воды на ТЭС, принцип работы термических деаэраторов. Тепловой и материальный балансы деаэратора
26. Топочные устройства и особенности их работы. Тепловое напряжение сечения и объема топочной камеры.
27. Конструкция турбинной ступени осевого типа.
28. Работа энергоблока на частичных нагрузках. Способы регулирования нагрузки. Общая характеристика. Процесс расширения в $h-s$ диаграмме. Изменение тепловой экономичности при изменении нагрузки
29. Схема теплового пункта в открытой водяной системе централизованного теплоснабжения с узлом учёта теплоты и присоединением систем отопления и горячего водоснабжения
30. Постоянная и периодическая продувки. Двухступенчатые схемы испарения

31. Графики нагрузки станций (суточные и недельные графики нагрузки, графики рабочего и выходного дня). Основные факторы, определяющие характер графика нагрузки
32. Системы теплоснабжения: централизованные, децентрализованные, индивидуальные. Их элементы. Теплофикация. Достоинства, недостатки, область применения
33. Сточные воды ТЭС и пути их снижения
34. Паровые котлы с контурами естественной и принудительной циркуляции. Основные принципы работы. Основные уравнения для контура циркуляции
35. Типы паровых турбин, их маркировки и классификация
36. Особенности турбин с регулируемым отбором пара
37. Графики нагрузки энергосистем. Участие основного оборудования в покрытии графиков электрической нагрузки энергосистемы. Классификация и характеристика основных режимов работы оборудования КЭС
38. Часовые и годовые графики расхода теплоты жилыми районами. Часовой и годовой коэффициенты теплофикации. Понятие об оптимальном часовом коэффициенте теплофикации
39. Типы золоуловителей ТЭС. Их преимущества и недостатки.

Решение:

Раздел 1.

$$3) f'(x) = \frac{1}{3}(2 - \operatorname{tg}^3 x)^{-\frac{2}{3}} \cdot (-3 \operatorname{tg}^2 x) \frac{1}{\cos^2 x} = -\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt[3]{(2 - \operatorname{tg}^3 x)^2} \cos^2 x}.$$

Раздел 2.

$$1) y = \frac{x^3 - 1}{x}.$$

1. ОДЗ: $x \neq 0$.

$$2. \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 - \text{вертикальная асимптота.}$$

3. $f(-x) \neq f(x)$, $f(-x) \neq -f(x)$, периода нет, т.е. функция общего вида.

4. $y = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$; точка $(1; 0)$ – точка пересечения с осью Ox .

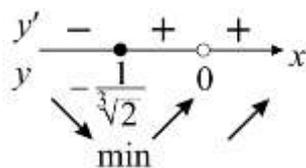
5. Найдем наклонные (горизонтальные) асимптоты:

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2} = +\infty, \text{ т.е. наклонных и горизонтальных асимптот нет.}$$

$$6. y' = \left(\frac{x^3 - 1}{x} \right)' = \frac{3x^2 x - (x^3 - 1)}{x^2} = \frac{2x^3 + 1}{x^2};$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}};$$

$$y' \neq 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0.$$

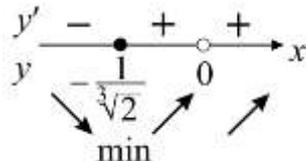


$y\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{\frac{1}{2}-1}{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{2} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ т.е. $\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; \frac{3}{\sqrt[3]{4}}\right)$ – точка минимума.

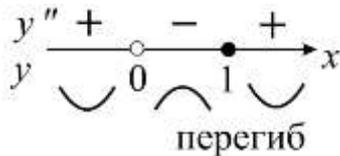
$$7. y'' = \left(\frac{2x^3+1}{x^2}\right)' = \frac{6x^2x^2 - (2x^3+1)2x}{x^4} = \frac{2x^4-2x}{x^4} = \frac{2(x^3-1)}{x^3}.$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1.$$

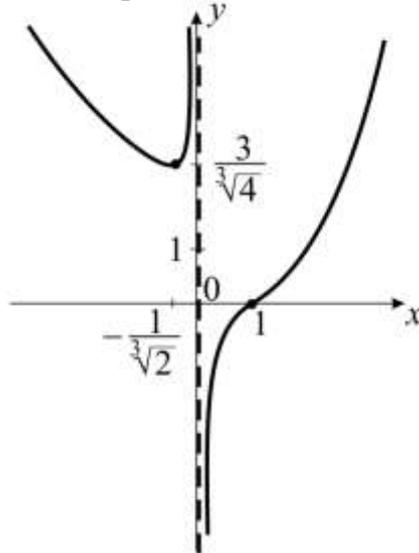
$$y'' \neq 0 \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0.$$



$y\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{\frac{1}{2}-1}{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{2} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ т.е. $\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; \frac{3}{\sqrt[3]{4}}\right)$ – точка минимума.



$y(1) = 0$, т.е. точка $(1; 0)$ – точка перегиба.



Раздел 3.

$$1) \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 16, \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 = -2. \end{cases}$$

$$A|B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 & 2 & 16 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \langle \cdot 1/2 \rangle \sim \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \langle \downarrow + \rangle \sim$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \langle \cdot -1 \rangle \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \langle \cdot 2 \uparrow \rangle$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$Rg A = Rg A|B = 2; dim L = 2 \Rightarrow \Phi CP: \vec{e}_1, \vec{e}_2.$

2 баз. переменные: x_1, x_2 , 2 своб. переменные: x_3, x_4 .

$$\begin{cases} x_1 = -2 - 2x_3 - 3x_4, \\ x_2 = 3 - x_3 - 2x_4. \end{cases}$$

$$\vec{x}_{\text{о.н.}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 - 2x_3 - 3x_4 \\ 3 - x_3 - 2x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{x}_{\text{ч.н.}}} + C_1 \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{e}_1} + C_2 \underbrace{\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\vec{e}_2}.$$

Проверки: $\vec{x}_{\text{ч.н.}}$: $-2 \cdot (-2) + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 16$;

$$\vec{e}_1: -2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = 0;$$

$$\vec{e}_2: -2 \cdot (-3) + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 = 0.$$